

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ (เครื่องยิงไข่)



นายอนุพงษ์ ศรีโสภา

ตำแหน่งครู กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์

โรงเรียนปราจีนกัลยาณี อำเภอเมือง จังหวัดปราจีนบุรี

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 7

กิจกรรม ออกแบบและสร้างเครื่องยิงไข่



จุดประสงค์ของกิจกรรม

1. ออกแบบ และสร้างเครื่องยิงไข่ เพื่อยิงไข่
2. อธิบายการเคลื่อนที่ของไข่

วัสดุ/อุปกรณ์

1. ออกแบบ และสร้างเครื่องยิงไข่ เพื่อยิงไข่
2. อธิบายการเคลื่อนที่ของไข่

วิธีดำเนินการ

1. ร่วมกันออกแบบและวาดภาพเครื่องยิงไข่
2. สร้างเครื่องยิง ส่วนฐาน
 - ไม้ไอติม 5 อัน มัดรวมกันให้แน่นโดยใช้หนังยางรัดปลายทั้ง 2 ด้าน (สามารถเพิ่มและลดเพื่อทดสอบการออกแบบโครงสร้างที่แตกต่างกันได้)ส่วนแขน
 - ไม้ไอติม 2 อัน ประกอบและใช้หนังยางรัดที่ปลายด้านหนึ่ง จัดไม้แยกกัน นำส่วนฐานสอดเข้าไป และสามารถปรับระยะความยาวเลื่อนจุดศูนย์กลางไปตำแหน่งต่างๆได้
 - เมื่อได้จุดศูนย์กลางใช้หนังยางรัดรอบแขนเป็นตัว x
 - นำฝาขวดมาติดตรงปลายของส่วนแขน
3. ทดสอบการยิงโดยการปรับมุมปล่อย
 - มุม 75° , 60° , 45° , 30° , 15°
 - นำลูกปิงปองใส่ฝาขวด แล้วกด วัดระยะทางการตกของลูกปิงปอง
4. จดบันทึกระยะทางการตกของลูกปิงปองจำนวน 5 ครั้ง

วัสดุ/อุปกรณ์

1. เครื่องยิงสามารถยิงไข่ให้ลงตะกร้าใน 2 เมตร
2. ใช้วัสดุที่กำหนดให้เท่านั้น
3. อุปกรณ์ในการทดลองสามารถใช้เชือกหรือ เทป ไม้อนุญาตให้ตัด
4. คะแนนได้จากมุม และระยะทางที่ถูกต้อง

ใบกิจกรรม

การวิเคราะห์

1. ให้อาจารย์วาดภาพเครื่องยิงที่ออกแบบไว้



2. สังเกตและบันทึกลงบนตาราง โดยมีข้อพิจารณาดังนี้

ครั้งที่	มุมที่	จำนวนไม้ที่ใช้	ลูกปิงปอง(ไข่)	
			ลง	ไม่ลง
1				
2				
3				
4				
5				

สรุป

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบความรู้

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

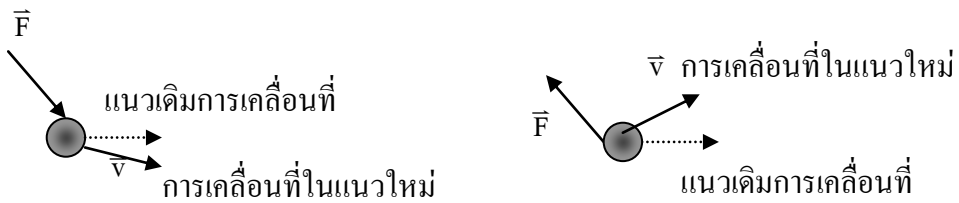
การเคลื่อนที่ของวัตถุใดๆ จะมีการเคลื่อนที่เปลี่ยนแปลง ก็ต่อเมื่อมีแรงที่ไม่เป็นกับศูนย์มากระทำต่อวัตถุ ดังนี้

1. ทิศของแรงที่มากระทำต่อวัตถุ มีทิศในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ ผลทำให้แนวการเคลื่อนที่นั้นอยู่ในแนวเดิมเป็นเส้นตรง (1 มิติ) โดยการเคลื่อนที่ของวัตถุจะเร็วขึ้นเมื่อแรงนั้นมีทิศเดียวกับทิศการเคลื่อนที่ และจะช้าลงเมื่อแรงนั้นมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ ดังรูป. 1

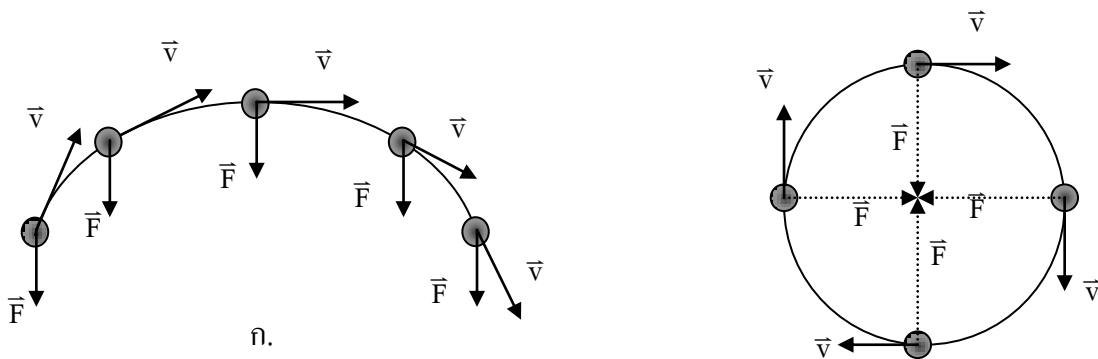


รูป. 1 แรงมีแนวเดียวกับการเคลื่อนที่

2. ทิศของแรงที่มากระทำต่อวัตถุ มีทิศทำมุมกับแนวการเคลื่อนที่ ผลทำให้แนวการเคลื่อนที่เปลี่ยนไปจากเดิม ดังรูป 2. หรือแนวการเคลื่อนที่เป็นแนวโค้ง เมื่อ แรงนั้นกระทำต่อวัตถุตลอดเวลาที่เคลื่อนที่ ดังรูป
3. การเคลื่อนที่ในลักษณะนี้เป็นการเคลื่อนที่ใน 2 มิติ



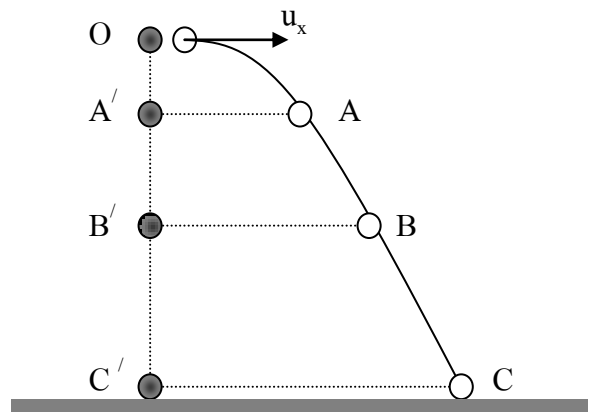
รูป. 2 แรงมีแนวทำมุมกับการเคลื่อนที่ ขณะใดขณะหนึ่ง



รูป. 3 แรงมีแนวทำมุมกับการเคลื่อนที่ ตลอดเวลา

ในที่นี้เราจะกล่าวถึงการเคลื่อนที่ในแนวโค้ง (2 มิติ) ที่แรงใดๆกระทำต่อวัตถุในแนวทำมุมใดๆกับแนวการเคลื่อนที่ตลอดเวลา ดังรูป 3 ก. เช่น การขว้างวัตถุทำมุมใดๆกับแนวระดับ หรือขว้างจากยอดตึก หรือ หน้าผา ขณะที่วัตถุเคลื่อนที่จะมีแรงดึงดูดของโลกกระทำต่อวัตถุนั้นตลอดเวลา โดยการเคลื่อนที่นั้นจะได้ระยะทั้งในแนวระดับและในแนวตั้ง แนวการเคลื่อนที่นั้นจะมีลักษณะเป็นแนวโค้งแบบพาราโบลา เราเรียกการเคลื่อนที่นี้ว่า **การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์**

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์นี้ จะประกอบไปด้วยการเคลื่อนที่ 2 แนวตั้งฉากกันและกัน และเกิดขึ้นในเวลาเดียวกัน คือการเคลื่อนที่ในแนวราบ และการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง โดยแสดงให้เห็นจากการทดลองเกี่ยวกับการตกของวัตถุ พร้อมกับการตีให้วัตถุนั้นกระเด็นออกไปพร้อมกันจากจุดเดียวกัน ซึ่งอยู่จากที่สูงจากพื้นระดับหนึ่ง ดังรูป 4. พบว่า

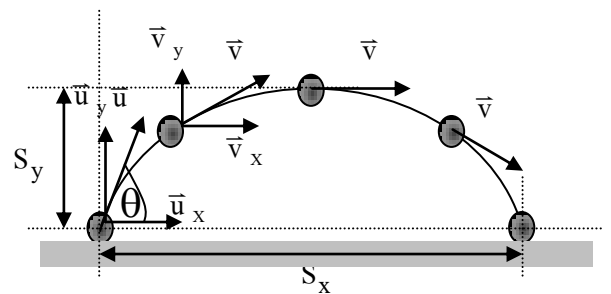


1. วัตถุที่ตกในแนวตั้ง มีการกระจัดในแนวตั้งเพียงแนวเดียว ส่วนวัตถุที่ถูกตีตี มีการกระจัดทั้งในแนวตั้งและในแนวระดับ
2. วัตถุทั้งสองมีการกระจัดในแนวตั้งเท่ากัน เพราะตกถึงพื้นพร้อมกัน และเวลามีใช้เท่ากัน

รูป 4. แสดงวัตถุตกในแนวตั้ง และถูกตีต้ออกในแนวระดับ

3. วัตถุทั้งสองถูกแรงดึงดูดของโลกกระทำเพียงแรงเดียว (ไม่คิดแรงต้านของอากาศ) มีความเร่งในแนวตั้งเท่ากันคือ g

ปริมาณต่างๆ ที่ควรทราบในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ดังรูป 5.



การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ประกอบด้วย การเคลื่อนที่ 2 แนวที่เป็นอิสระต่อกัน จึงแยกคำนวณ ออกเป็น 2 แนว คือ

รูป 5. ปริมาณต่างๆ ในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

1. ในแนวระดับ จะไม่มีแรงใดๆมากระทำขณะเคลื่อนที่ จึงทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว

สมการที่เกี่ยวข้องคือ

$$S_x = u_x t$$

2. ในแนวดิ่ง จะมีแรงดึงดูดของโลกกระทำตลอดการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นสมการที่เกี่ยวข้อง คือ

$$v_y = u_y + gt \quad \text{เมื่อ } S_x \text{ คือ การกระจัดในแนวนระดับ , } S_y \text{ คือ การกระจัดในแนวดิ่ง}$$

$$S_y = u_y t + \frac{1}{2} gt^2 \quad u_x \text{ คือ ความเร็วต้นในแนวนระดับ , } u_y \text{ คือ ความเร็วต้นในแนวนระดับ}$$

$$v_y^2 = u_y^2 + 2gS_y \quad v_x \text{ คือ ความเร็วใดๆในแนวนระดับ , } v_y \text{ คือ ความเร็วใดๆ ในแนวดิ่ง}$$

ตัวอย่างการแก้ปัญหาการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ตัวอย่าง 1 ขว้างวัตถุด้วยความเร็ว 15 เมตรต่อวินาที ทำมุม 60 องศา กับแนวนระดับ เมื่อไม่คิดแรงต้านของอากาศ

จงหา ก. นานเท่าใดก่อนหินจึงจะตกถึงพื้น

ข. วัตถุนั้นตกห่างจากจุดโยนเท่าใด

ค. วัตถุนั้นอยู่สูงจากพื้นดินมากที่สุดเท่าใด

วิธีทำ ก. แสดงว่าให้หาเวลาทั้งหมด

$$\text{จากสมการ } v_y = u_y + gt$$

ขนาด ของ $v_y = u_y$ เพราะในระดับเดียวกันขนาดความเร็วเท่ากันแต่ทิศตรงข้าม จะได้ $v_y = -u_y$

ค่า g จะติดลบ เพราะมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ จะได้เป็น $-g$, $t = T$ (เวลาทั้งหมด)

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad -u_y = u_y - gT$$

$$gT = u_y + u_y = 2u_y$$

$$T = \frac{2u_y}{g} = \frac{2u \sin \theta}{g} = \frac{2(15)(\sin 60^\circ)}{(10)} = \frac{2(15)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{(10)}$$

$$T = 1.5\sqrt{3} = 1.5(1.73) = 2.595 = 2.60 \text{ s}$$

ตอบ ใช้เวลานาน ประมาณ 2.60 วินาที จึงตกถึงพื้นดิน

ข. ทหาระยะในแนวนระดับ

$$\text{จากสมการ } S_x = u_x t \quad , \quad t = T \text{ (เวลาทั้งหมด)}$$

$$\text{จะได้} \quad S_x = u \cos \theta T$$

$$S_x = (15) \cos 60^\circ (1.5\sqrt{3}) = (15)(0.5)(1.5\sqrt{3}) = 19.4625 \text{ m}$$

ตอบ วัตถุตกห่างจากจุดโยนเท่ากับ 19.46 เมตร

ค. หาระยะสูงสุด

$$\text{จากสมการ } v_y^2 = u_y^2 + 2gS_y$$

ค่า g จะติดลบ เพราะมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ จะได้เป็น $-g$, จะได้ $v_y = 0$ (ศูนย์)

$$\text{จะได้ } 0 = u_y^2 - 2gS_y$$

$$2gS_y = u_y^2$$

$$S_y = \frac{u_y^2}{2g} = \frac{(u \sin\theta)^2}{2g} = \frac{(15 \times \frac{\sqrt{3}}{2})^2}{2(10)} = 8.4375 \text{ m}$$

ตอบ วัตถุอยู่สูงจากพื้นได้มากที่สุด 8.44 เมตร

ตัวอย่าง 2. ขว้างวัตถุจากยอดตึกด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ถ้าวัตถุนั้นลอยอยู่ในอากาศนาน 6 วินาที จงหา

- ก. วัตถุอยู่ห่างจากฐานตึกเท่าใดขณะตกถึงพื้น
- ข. ความสูงของยอดตึก
- ค. ความเร็วของวัตถุขณะกระทบพื้น
- ง. ที่เวลา 4 วินาที วัตถุนั้นอยู่ห่างจากจุดโยนเท่าใด

วิธีทำ ก. หาระยะจากจุดที่วัตถุตกอยู่ห่างจากฐานตึก

$$\text{จากสมการ } S_x = u_x t$$

$$\text{จะได้ } S_x = u \cos\theta t$$

$$S_x = (20) \cos 30^\circ (6)$$

$$S_x = (20) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (6)$$

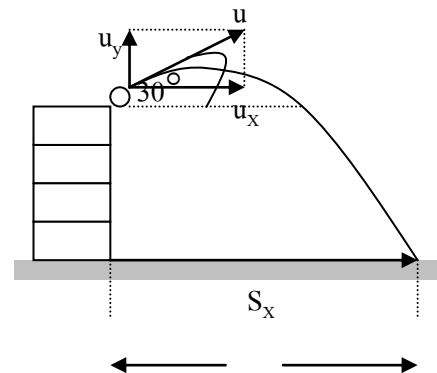
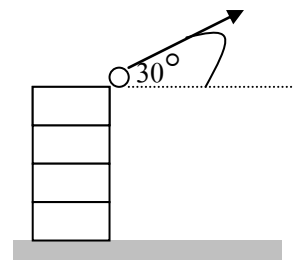
$$S_x = 60\sqrt{3} \text{ m}$$

ตอบ จุดที่วัตถุตกอยู่ห่างจากฐานตึกเท่า $60\sqrt{3}$ เมตร

ข. หาความสูงของตึก

$$S_y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$S_y = u \sin 30^\circ t - \frac{1}{2} g t^2$$



$$S_y = (20) \left(\frac{1}{2} \right) (6) - \frac{1}{2} (10)(6)^2$$

$$S_y = 60 - 180 = -120 \text{ m}$$

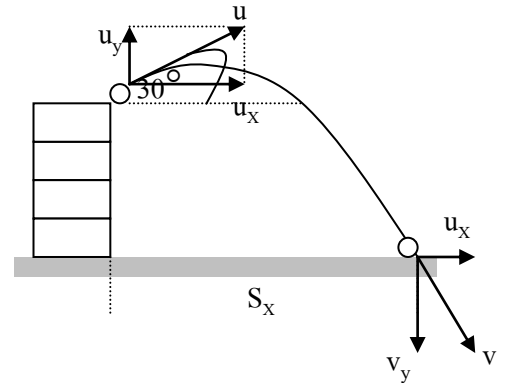
ค่า -120 ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วัตถุตกถึงพื้นต่ำกว่าระดับที่ขว้างอยู่ 120 เมตร

ตอบ ตึกสูง 120 เมตร

ค. ความเร็วของวัตถุขณะกระทบพื้น

ความเร็วของวัตถุ ณ ตำแหน่งใดๆ จะมีองค์ประกอบของความเร็วอยู่ 2 แนว คือ ความเร็วในแนวระดับ และความเร็วในแนวตั้ง

ความเร็วของวัตถุขณะกระทบพื้น จะต้องหาความเร็วในแนวระดับขณะกระทบพื้น และความเร็วในแนวตั้งขณะกระทบพื้น



ความเร็วในแนวระดับขณะกระทบพื้น คือ $u_x = u \cos 30^\circ$
 $= (20) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$ โดยจะเท่ากับความเร็วในแนวระดับขณะที่ขว้างออกมา

เพราะในแนวระดับ จะไม่มีแรงใดๆมากระทำ ความเร็วในแนวระดับจึงไม่เปลี่ยนแปลง

ในแนวตั้งจะมีแรงกระทำเพียงแรงเดียวคือแรงดึงดูดของโลก เพราะฉะนั้น จึงเกิดความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก เราสามารถหาความเร็วขณะกระทบพื้นได้

จากสมการ $v_y = u_y + gt$

$$v_y = u \sin \theta - gt$$

$$v_y = u \sin 30^\circ - gt$$

$$v_y = (20) \left(\frac{1}{2} \right) - (10)(6)$$

$$v_y = -50 \text{ m/s}$$

ค่า -50 m/s แสดงให้ทราบว่า ความเร็วในแนวตั้งมีขนาด 50 m/s มีทิศตรงข้ามกับความเร็วต้นในแนวตั้งขณะที่ขว้างออกมา เพราะฉะนั้น ขนาดของ $v_y = 50 \text{ m/s}$

ดังนั้นความเร็วขณะกระทบพื้น $v = \sqrt{u_x^2 + v_y^2}$

$$v = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (50)^2}$$

$$v = \sqrt{300 + 2500}$$

$$v = \sqrt{2800}$$

$$v = 20\sqrt{7} \text{ m/s}$$

ตอบ ความเร็วของวัตถุขณะกระทบพื้นเท่ากับ $20\sqrt{7}$ เมตรต่อวินาที

ง. ที่เวลา 4 วินาที วัตถุนั้นอยู่ห่างจากจุดโยนเท่าใด

จาก $S_y = u_y t + \frac{1}{2} gt^2$

$$S_y = u \sin 30^\circ t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$S_y = (20) \left(\frac{1}{2}\right) (4) - \frac{1}{2} (10) (4)^2$$

$$S_y = 40 - 80 = -40 \text{ m}$$

ค่า -40 ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วัตถุตกถึงพื้นต่ำกว่าระดับที่ขว้าง อยู่ 40 เมตร

จากสมการ $S_x = u_x t$

จะได้ $S_x = u \cos \theta t$

$$S_x = (20) \cos 30^\circ (4)$$

$$S_x = (20) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) (4)$$

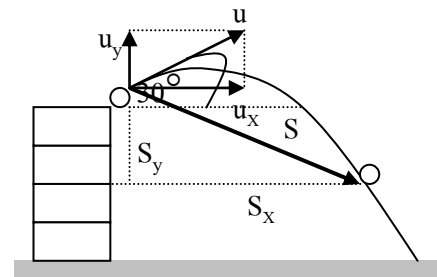
$$S_x = 40\sqrt{3} \text{ m}$$

ดังนั้นที่เวลา 4 วินาที วัตถุนั้นอยู่ห่างจากจุดโยน คือการกระจัด S

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$$

$$S = \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + (40)^2}$$

$$S = \sqrt{4800 + 1600}$$



$$S = \sqrt{6400}$$

$$S = 80 \text{ m}$$

ตอบ ที่เวลา 4 วินาที วัตถุนั้นอยู่ห่างจากจุดโยนเท่ากับ 80 เมตร



